

# ONDAS, ACÚSTICA E ÓPTICA

## Exercícios - Soluções

Versão 2021/2022

João M. P. Coelho

### Elementos de óptica geométrica (reflexão e refração; elementos ópticos e formação de imagem)

#### Reflexão

1. Um copo com 25 cm de altura é colocado a 10 cm de um espelho plano. Caracterize a imagem resultante.
2. Descreva a imagem resultante de se colocar um objeto com 7,5 cm de altura a 20 cm de um espelho esférico côncavo com um raio de curvatura de 60 cm. Qual a potência óptica deste espelho?
- \* 3. Qual o resultado de, no exercício anterior, em vez de se utilizar um espelho côncavo se utilizar um convexo?
4. Um objeto a 3 m de um espelho esférico côncavo, de raio de curvatura de 6 m, é iluminado por um feixe de raios paraxiais. A que distância do espelho se formará a imagem?
5. Projete o olho de um robot usando um espelho esférico côncavo de forma que a imagem de um objeto com 1m de altura, a 10 m de distância preencha o  $1 \text{ cm}^2$  que corresponde à área de um foto-detector. A que distância do espelho deve ser colocado o detector?
- \* 6. Projete um espelho para dentista de forma que a imagem seja direita e observada pelo dentista e que quando colocado a 1,5 cm de um dente produza uma imagem do dente ampliada 2x.
7. Um dispositivo utilizado para medir o raio de curvatura da córnea de um olho é denominado queratómetro. Para o efeito, um objeto iluminado é colocado a uma distância do olho, medindo-se então o tamanho da imagem refletida pela córnea. Se a magnificação for de 0,037 quando a distância do objeto à córnea for 100 mm, qual o raio de curvatura desta última? Qual a potência óptica equivalente?

#### Refração

8. Um raio luminoso incide a  $15^\circ$  sobre uma superfície de um vidro de índice de refração 1,5. Com que ângulo se refrata?
- \* 9. Considere um feixe laser produzindo uma onda plana monocromática incidente com um ângulo de  $55^\circ$  (com a normal) numa interface ar-líquido. A onda refratada é observada como transmitindo-se a  $40^\circ$ . Qual o índice de refração do líquido?

\* Exercícios com resultados dados (anexo)

10. Considere um feixe laser de diâmetro desprezável emitindo uma onda plana incidente numa lâmina de faces paralelas. Se o ângulo de incidência for  $\theta_1$ , “ $d$ ” representar a espessura da lâmina e “ $n$ ” o seu índice de refração, determine o ângulo  $\theta_2$  com que o feixe sai da lâmina se esta estiver no ar.
11. Uma onda plana monocromática a propagar-se numa fibra óptica (índice de refração 1,45) encontra a superfície interna da fibra, em contacto com o ar. Determine os ângulos que a luz toma após incidir com a superfície para os seguintes ângulos de incidência:  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $60^\circ$ . Qual o valor exato do ângulo crítico do vidro que constitui a fibra óptica?
12. Uma onda plana monocromática emitida pela lanterna de um mergulhador emerge da água segundo uma direção a  $30^\circ$  com a normal à superfície. Considerando o índice de refração da água 1,33, e que a onda emerge para o ar, com que ângulo ela incidiu?  
Em que situação a luz da lanterna não emergia?

### Prismas

13. Qual o desvio que um feixe a viajar no ar sofre ao atravessar um prisma de  $2^\circ$  feito de vidro de índice de refração 1,32 se nele incidir a  $25^\circ$ ?
14. Qual o índice de refração do material de que é feito um prisma de  $45^\circ$  cujo desvio mínimo foi medido como sendo  $25^\circ$ ?
- \*15. Um prisma de  $45^\circ$  recebe um raio luminoso viajando no ar e incidente segundo um ângulo de  $50^\circ$ . Sabendo que esta é a situação de desvio mínimo:
  - (a) Qual o valor do desvio mínimo?
  - (b) Qual o valor do índice de refração de que é feito?
16. Considere um prisma de  $45^\circ$  feito de vidro com índice de refração 1,45, cuja secção reta é um triângulo retângulo. Se um feixe de luz incidir perpendicular a um dos catetos, descreva o seu percurso até sair do prisma.
- \*17. Um prisma de  $60^\circ$  é feito de um material de índice de refração 1,52. Qual o ângulo de incidência limite para o qual um raio de luz viajando no ar é transmitido pelo prisma (sem reflexão interna)?

## Lentes

18. O raio de curvatura da córnea de um olho míope é de 6,7 mm. Considerando o seu índice de refração como sendo 1,377, qual a sua distância focal (imagem) e respetiva potência?  
Se a pessoa estiver debaixo de água (índice de refração 1,333) que valores tomarão agora esses parâmetros?
- \*19. Vidro com um índice de refração de 1,58 deverá ser utilizada para construir uma lente fina com a sua face posterior plana. Para uma potência óptica de +2D qual deverá ser o raio de curvatura da face anterior?  
Qual será a alteração na distância focal da lente se a superfície posterior em vez de plana tiver raio de curvatura igual à face anterior (ou seja, se for uma lente equi-convexa)?
20. Uma vela com 6 cm de altura encontra-se a 10 cm de uma lente do tipo menisco negativo, delgada, feita de material de índice de refração 1,32 com raios de curvatura de 30 cm e 50 cm. Determine a localização da imagem e descreva-a detalhadamente.
21. Considere que o raio de curvatura da superfície anterior da córnea do olho humano é cerca de 7,7 mm e que o da face posterior é cerca de 6,8 mm. Se o índice de refração da córnea for 1,376 e o do humor aquoso (meio interno) for 1,336, determine a potência óptica de cada uma das faces da córnea e a potência óptica desse órgão (despreze a espessura).
22. Um projetor com uma lente de distância focal de 40 cm ilumina um slide de 4 cm. Se o ecrã onde a imagem se projeta estiver a 20 m da lente, qual o seu tamanho (da imagem)?
- \* 23. Que potência óptica deve de ter a lente de uma lupa para que amplie 5x todos os objetos luminosos que lhe sejam colocados a 16 cm?
24. A lente de uma câmara digital tem uma distância focal de 6 cm. Se ela estiver inicialmente focada para objetos distantes, que distância o seu sensor deve ser movido, e em que direção, para que foque um objeto a 2 m da lente?
- \*25. Duas lentes positivas com distâncias focais de 30 cm e 50 cm estão separadas de 20 cm. Localize, em relação à segunda lente, a imagem de um coelho colocado no eixo central, 50 cm à frente da primeira lente.
26. Considere uma objetiva de 10 mm de distância focal e uma ocular com 25 mm de distância focal. Qual a distância entre as lentes e a magnificação se os objetos são focados a 10,5 mm da objetiva? Considere que a imagem resultante, observada (ou seja, virtual), se situa a 250 mm da ocular.
27. Uma torre com 10 m de altura é observada a 2 km. Se considerar o olho humano como constituído por duas lentes, a córnea com +43D, e o cristalino com +19D, e desprezando a distância entre elas, caracterize a imagem resultante.
28. Se uma pessoa não consegue ver nitidamente, e sem acomodação, objetos a mais de 2 m, determine que potência deve de ter uma lente de contacto para corrigir esta ametropia.

- \* 29. Um optometrista conclui que o ponto próximo de um hipermetrope se encontra a 125 cm de distância. Qual deve ser a potência óptica de uma lente de contacto para deslocar o ponto próximo para uma distância de 25 cm, e assim corrigir a visão do paciente? Utilize o facto de que, quando a imagem se forma no ponto próximo, o objeto é observado nitidamente.

### Lentes espessas

30. Luz solar é focada a 29,6 cm da última superfície de uma lente espessa, cujos planos principais se encontram em  $\delta (= h_1) = +0,2$  cm e  $\delta' (= h_2) = -0,4$  cm. Determine a posição da imagem de uma vela colocada 49,8 cm antes da lente.
31. Uma lente biconvexa de vidro *crown*, com 4,0 cm de espessura, tem um índice de refração de 1,5 (para um comprimento de onda de 900 nm). Se os raios de curvatura forem iguais a 4,0 cm e 15 cm, calcule a distância focal e localize os pontos principais. Se colocar um écran de televisão 1 metro antes da lente, onde se forma a sua imagem real?
- \* 32. Duas lentes negativas, finas e no ar, com distâncias focais de -10 cm e -30 cm estão separadas de 10 cm entre si. Determine a distância focal do conjunto e a sua potência (óptica).
33. Uma lente equi-convexa tem raios de curvatura com 29 cm, é feita de um material com índice de refração 1,52 e tem 5 mm de espessura.
- (a) Compare as distâncias focais da lente considerada espessa ou delgada.
- (b) Desprezando a espessura (i.e. a lente é considerada delgada), se esta lente for colocada 50 cm antes de outra lente delgada, feita do mesmo material e iguais raios de curvatura (em módulo), mas equi-côncava, qual a potência óptica do conjunto? E se as lentes forem colocadas em contacto?

## Ondas – Descritores

34. Ao balançar um barco, uma criança produz ondas na superfície de um lago até então em repouso. Ele observa que o barco realiza 12 oscilações em 20 s, cada oscilação produzindo uma crista de onda 15 cm acima da superfície do lago. Observa ainda que uma determinada crista de onda chega a terra, a doze metros de distância, em 6,0 s. Quais são (a) o período, (b) a velocidade, (c) o comprimento de onda e (d) a amplitude desta onda?
35. Escreva a equação de uma onda propagando-se no sentido negativo do eixo dos X, tendo uma fase inicial nula, uma amplitude de 1 cm, uma frequência de 550 Hz e uma velocidade de 330 m/s.
36. a) Escreva uma expressão que descreva uma onda transversal propagando-se numa corda, no sentido +x com um comprimento de onda de 10 cm, uma frequência de 400 Hz e uma amplitude de 2,0 cm. (b) Qual a velocidade máxima de um ponto da corda? (c) Qual é a velocidade da onda?
- \* 37. Uma onda de frequência 500 Hz tem uma velocidade de 350 m/s. (a) Quão afastados estão dois pontos que têm uma diferença de fase de  $\pi/3$  rad? (b) Qual é a diferença de fase entre dois deslocamentos, num determinado ponto, em tempos separados de 1,00 ms?

## Ondas estacionárias

38. Duas ondas numa corda longa têm funções de onda dada pelas seguintes equações:
- $$y_1 = (0,015 \text{ m}) \cos(0,5x - 40t)$$
- e
- $$y_2 = (0,015 \text{ m}) \cos(0,5x + 40t),$$
- sendo  $y_1$ ,  $y_2$  e  $x$  em metros e  $t$  em segundos.
- (a) Determine a posição dos nodos da onda estacionária resultante.
- (b) Qual a máxima posição transversa de um elemento da corda na posição  $x = 0,400$  m?
- \* 39. Ondas na corda mais baixa (C) num violoncelo afinado corretamente propagam-se com uma velocidade de 90 m/s. Se a corda tiver uma massa por unidade de comprimento (densidade linear) de 0,014 kg/m, encontre a tensão a que deve ser submetida.
40. Uma corda com massa de 8,00 g e comprimento de 5,00 m tem uma extremidade presa a uma parede e a outra extremidade está dobrada sobre uma polia e presa a um objeto suspenso com uma massa de 4,00 kg. Se a corda é puxada, qual a frequência fundamental de vibração?

## Acústica

- 41.
- \* 42.

43.

44.

45.

\* 46.

47.

48.

49.

### Ondas eletromagnéticas (aproximação escalar)

50. Escreva uma expressão para uma onda plana de amplitude  $A$  e frequência  $\nu$  propagando-se na direção do vetor de onda,  $\mathbf{k}$ , o qual, por sua vez, se situa entre a origem e o ponto  $(4,2,1)$  (nm). (Sugestão: 1° determine  $\mathbf{k}$  e depois faça o produto interno com  $\mathbf{r}$ ).  
Qual a expressão relativa à fase desta onda? E, se a luz tiver um comprimento de onda de 314 nm, qual o seu valor no ponto  $(0,0,1)$  nm no instante  $t = 0$  s?

51. Considere a seguinte tabela para os índices de refração dos meios óticos transparentes constituintes do olho humano:

$n_{córnea}$	1,3771
$n_{humor\ aquoso}$	1,3360
$n_{cristalino}$ (médio)	1,4200
$n_{humor\ vítreo}$	1,3374

Determine as variações em termos de comprimento de onda, frequência e número de onda, de ondas luminosas cujos comprimentos de onda no ar são 390 nm, 500 nm e 760 nm.

\* 52. Uma onda eletromagnética monocromática com comprimento de onda 632 nm no ar propaga-se na água ( $n_{água} = 1,333$ ) até encontrar a lente de um periscópio feita de vidro com  $n_{vidro} = 1,420$  (no ar). Determine os números de onda equivalentes na água e no vidro.

### Feixes Gaussianos

\* 53. A partir da equação de amplitude complexa Gaussiana, obtenha a expressão para obter a irradiância. Que forma toma a expressão da irradiância sobre o eixo óptico?

54. Obtenha uma expressão para determinar a profundidade de foco considerando a região para a qual o raio do feixe se mantém dentro de um fator  $\sqrt{2}$  do seu mínimo.

55. Um laser de He:Ne (comprimento de onda no vázio, 632 nm) produz um feixe Gaussiano com uma cintura de feixe de 0,4 mm, uma divergência de 0,5 mrad, e uma potência de 1 mW.

(a) Se o feixe for emitido para a Lua, determine o tamanho (diâmetro) do feixe a 80 m da emissão. E a 380.000 km (dist. aprox. Terra-Lua)?

(b) Qual o raio de curvatura da frente de onda para  $z=0$ ,  $z=z_0$  e  $z=2z_0$ ;

### Interferência

\* 56. Ondas planas emitidas por um laser de rubi ( $\lambda_0 = 694,3$  nm, no vermelho) propagam-se no ar e incidem em duas fendas paralelas, numa superfície opaca. O padrão de franjas é observado num alvo distante e a quarta franja encontra-se  $1,0^\circ$  acima do eixo central. (a) Estime a separação entre as fenda. (b) Qual a posição angular do 1° mínimo?

57. Luz solar incidente numa superfície contendo duas fendas estreitas, separadas por 0,20 mm, dá origem a um padrão de interferências sobre um alvo de papel branco a 2,0 m de distância. A que distância uma da outra se localizam as componentes violeta ( $\lambda_0 = 0,400$   $\mu\text{m}$ ) de primeira ordem e vermelha ( $\lambda_0 = 0,600$   $\mu\text{m}$ ) de segunda ordem?

\* Exercícios com resultados dados (anexo)

58. Uma experiência de Young (duas fendas) é realizada com luz monocromática. A separação entre as fendas é de 0,50 mm, e o padrão de interferência formado num alvo a 3,30 m de distância mostra que o máximo de 1ª ordem se encontra a 3,40 mm do centro do padrão. (a) Qual é o comprimento de onda da luz incidente? (b) Qual a posição no alvo do 2º mínimo?
59. Um dos espelhos de um interferómetro de Michelson é deslocado e, durante o processo, 1000 pares de franjas desfilam na mira do telescópio de observação. Se o conjunto estiver a ser iluminado com luz de 500 nm de comprimento de onda, qual o deslocamento do espelho?
- \* 60. Determinada luz monocromática é injetada num interferómetro de Michelson. O espelho móvel é deslocado 0,382 mm, observando-se que durante o deslocamento, 1700 pares de franjas passam através de uma posição pré-determinada num alvo onde se projeta o padrão de interferência. Determine o comprimento de onda da luz utilizada.
61. Suponha que se coloca um recipiente com 10 cm de comprimento (e com faces planas e paralelas) num dos braços de um interferómetro de Michelson, iluminado com luz de 0,600  $\mu\text{m}$  de comprimento de onda. Se o índice de refração do ar for 1,00029 e todo o ar for entretanto extraído do recipiente, quantos pares de franjas passam através de uma posição de referência?
62. Um interferómetro de Michelson tem um dos seus espelhos montados sobre uma mesa de translação controlada por um micrómetro. Quando o interferómetro é iluminado com luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda_0 = 0,6328 \mu\text{m}$ , e o parafuso do micrómetro é rodado de uma revolução, contam-se 1581 pares de franjas a passar por uma marca de referência no plano de interferência. Qual é o passo do parafuso?

## Difração

63. Uma fenda simples, com 0,1 mm de largura, num alvo opaco, no ar, é iluminada por ondas planas emitidas por um laser iónico de Kripton ( $\lambda_0 = 0,4619 \mu\text{m}$ ). A observação é feita a um metro de distância; determine se o padrão de difração resultante é ou não um padrão de difração de campo longínquo, e calcule a largura angular do máximo central.
64. Quando se espreita através de uma abertura (circular) de diâmetro 0,75 mm para um quadro de optotipos, a acuidade visual diminui. Calcule o limite de resolução angular, considerando que este é determinado apenas por difração; faça  $\lambda_0 = 0,550 \mu\text{m}$ . Compare o resultado com o valor de  $1,7 \times 10^{-4}$  rad correspondente a uma pupila de 4,0 mm.
- \* 65. Luz com um comprimento de onda de 0,590  $\mu\text{m}$  é utilizada para visualizar um objeto através de um microscópio. Se a abertura da objetiva tiver um diâmetro de 0,9 cm,
- qual o ângulo que limita a resolução?
  - Se fosse possível usar luz visível de qualquer comprimento de onda (entre  $\sim 0,400 \mu\text{m}$  e  $\sim 0,800 \mu\text{m}$ ) qual seria a melhor resolução angular possível para este microscópio?
  - Suponha que o espaço entre o objeto e a objetiva é preenchido por água ( $n = 1,33$ ). Que efeito é que este facto teria no poder de resolução quando a luz de comprimento de onda 0,590  $\mu\text{m}$  fosse utilizada?

66. (a) Estime o ângulo que limita a resolução do olho humano, assumindo que ela é apenas limitada por difracção. Considere um comprimento de onda de  $0,500 \mu\text{m}$  e que o diâmetro da pupila é de  $2,0 \text{ mm}$  (estimativa aproximada para uma situação diurna). (b) Com base no resultado anterior, qual a distância mínima de separação entre dois pontos de um objeto que o olho consegue distinguir, se o objeto estiver a  $25 \text{ cm}$  (ponto próximo) do observador?
67. O diâmetro do espelho da objetiva do telescópio de Mount Palomar é de  $508 \text{ cm}$ .
- Determine o seu limite de resolução angular para um comprimento de onda de  $0,550 \mu\text{m}$ .
  - A que distância se devem de encontrar dois objetos sobre a superfície da Lua para que possam ser resolúveis por este telescópio. Considere a distância Terra-Lua como sendo  $3,844 \times 10^8 \text{ m}$  e  $\lambda_0 = 0,550 \mu\text{m}$ .
  - A que distância se devem de encontrar dois objetos sobre a superfície da Lua para que possam ser resolúveis pelo olho humano? Considere que o diâmetro da pupila é igual a  $4,0 \text{ mm}$ .

### Polarização: equações de Fresnel

- \* 68. Um feixe de luz viajando no ar incide numa superfície de vidro de índice de refração  $1,523$  segundo um ângulo de  $70^\circ$ .
- Qual a fração de luz incidente que é refletida?
  - No feixe refletido, qual a razão do vetor campo elétrico relativamente ao plano perpendicular ao de incidência? E ao paralelo?
69. Um feixe a viajar no ar incide perpendicularmente a uma placa de vidro com índice de refração  $1,45$ . Qual a percentagem da intensidade incidente que é refletida na superfície? E se, em vez de viajar no ar, a luz viajar na água (índice de refração  $1,333$ )?
- \* 70. Um feixe de luz a viajar no ar incide perpendicular a uma placa de vidro com  $10 \text{ cm}$  de espessura, índice de refração  $1,51$ . Se a intensidade do feixe incidente for  $10 \text{ W/m}^2$ , qual o valor transmitido ao longo da placa (ao sair da mesma)?
71. Considere uma interface ar vidro ( $n_{\text{vidro}} = 1,45$ ). Qual o valor da transmitância? Se sobre o vidro for depositada uma camada de revestimento com índice de refração  $1,35$ , qual o valor total (revestimento + vidro) da transmitância? Despreze a absorção e considere a incidência normal.
- \* 72. Para que ângulo de incidência se consegue que um feixe de luz polarizado paralelamente a viajar no ar seja transmitido sem componente refletida ao incidir na superfície de um vidro com índice de refração  $1,42$ ?